Universität Tübingen, WSI
Prof. Dr. P. Schroeder-Heister

Sommersemester 2002
Übungsblatt 4

Übungen zur Vorlesung λ-Kalkül und kombinatorische Logik

Aufgabe 1

Y sei der Fixpunktkombinator $\lambda x.(\lambda y.x(yy))(\lambda y.x(yy))$. Warum gilt *nicht*: $Yx \rhd_\beta x(Yx)$?

Aufgabe 2

Sei D der Fallunterscheidungskombinator $\lambda xyz.z(Ky)x$. Berechnen Sie die Normalformen der Terme $DMN\underline{0}$ und $DMN\underline{k+1}$.

Aufgabe 3

(a) Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme:

i) $\lambda x.\lambda y.((\underline{2}x)((\underline{3}x)y))$

ii) $\lambda x.\underline{2}(\underline{3}x)$

iii) $\underline{3}\,\underline{2}$

(b) Zeigen Sie:

i) $\lambda x.\lambda y.((\underline{m}x)((\underline{n}x)y)) =_\beta \underline{m+n}$

ii) $\lambda x.\underline{m}(\underline{n}x) =_\beta \underline{m \cdot n}$

iii) $\underline{n}\,\underline{m} =_\beta \underline{m^n}$

(c) Geben Sie entsprechende Kombinatoren $+, *$ und $\#$ für die Addition, Multiplikation und Exponentiation von Church-Ziffern an. D.h. es soll gelten:

$$+\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m+n}, \qquad *\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m \cdot n}, \qquad \#\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m^n}$$