Universität Tübingen, WSI — **Sommersemester 2004**
Prof. Dr. P. Schroeder-Heister — **Übungsblatt 4**

Übungen zur Vorlesung λ-Kalkül und kombinatorische Logik

Aufgabe 1

(a) Berechnen Sie die Normalformen der folgenden Terme: [3]

i) $\lambda x.\lambda y.((\underline{2}x)((\underline{3}x)y))$

ii) $\lambda x.\underline{2}(\underline{3}x)$

iii) $\underline{3}\,\underline{2}$

(b) Zeigen Sie: [1+2+2]

i) $\lambda x.\lambda y.((\underline{m}x)((\underline{n}x)y)) =_\beta \underline{m+n}$

ii) $\lambda x.\underline{m}(\underline{n}x) =_\beta \underline{m \cdot n}$

iii) $\underline{n}\,\underline{m} =_\beta \underline{m^n}$

(c) Geben Sie entsprechende Kombinatoren $+, *$ und $\#$ für die Addition, Multiplikation und Exponentiation von Church-Ziffern an. D.h. es soll gelten: [1]

$$+\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m+n}, \qquad *\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m \cdot n}, \qquad \#\,\underline{m}\,\underline{n} =_\beta \underline{m^n}$$

(d) Geben Sie Definitionen für diese Funktionen unter Zuhilfenahme des Rekursionskombinators R an. [3]

Aufgabe 2 [3]

Geben Sie einen Kombinator ! der Fakultätsfunktion für Church-Ziffern an. D.h. es soll gelten:

$$!\,\underline{m} =_\beta \underline{m!}$$

Aufgabe 3 [6 Zusatzpunkte]

Sei

$$\begin{array}{ll} [M,N] :\equiv \lambda z.zMN & \\ I :\equiv \lambda x.x & \\ T :\equiv \lambda xy.x & F :\equiv \lambda xy.y \\ \overline{0} :\equiv I & \overline{n+1} :\equiv [F,\overline{n}] \end{array}$$

Geben Sie Kombinatoren N', V' und Z' an, so daß gilt

$$\begin{array}{ll} N'\overline{n} =_\beta \overline{n+1} & \\ V'\overline{n+1} =_\beta \overline{n} & \\ Z'\overline{0} =_\beta T & Z'\overline{k+1} =_\beta F \end{array}$$