Übungen zur Vorlesung λ-Kalkül und kombinatorische Logik

Aufgabe 1 [6+1+2]

(a) Geben Sie zu Ω, Υ und Θ die $\mathcal{CL}$-Terme $\Omega_{\mathcal{CL}}$, $\Upsilon_{\mathcal{CL}}$ und $\Theta_{\mathcal{CL}}$ an.

(b) Beschreiben Sie die Reduktionsfolge für $\Omega_{\mathcal{CL}}$.

(c) Definieren Sie mit Hilfe von K und S einen Kombinator W mit der Eigenschaft:

$$WMN \triangleright_w MNN.$$

Aufgabe 2 [3]

Gilt

$$\Upsilon_{\mathcal{CL}}x =_w x(\Upsilon_{\mathcal{CL}}x) \quad ?$$

Aufgabe 3 [4]

Beweisen Sie, daß $[x].X$ eine metasprachliche Operation sein muß, d.h. daß es keinen $\mathcal{CL}$-Term M gibt, mit $MN =_w [x].N$.

(Hinweis: Am besten zeigt man die Aussage dadurch, daß man beweist, daß $[x].X$ nicht mit Substitution verträglich ist. D.h. durch die Angabe von $\mathcal{CL}$-Termen M und N, so daß für $x \not\equiv y$ gilt: $([x].M)[N/y] \not\equiv [x].(M[N/y])$.