Übungen zur Vorlesung Mathematische Logik

PD Dr. Fritz Hamm, Prof. Dr. P. Schroeder-Heister **Blatt 9**

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Ist die Formel $\phi \rightarrow \forall x \phi$ für jedes ϕ allgemeingültig? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Die Sprache $\mathcal{L}$ umfasse ein unäres Funktionssymbol f und ein binäres Funktionssymbol g. Wir betrachten eine $\mathcal{L}$-Struktur über der Menge $\mathbb{N}$ und interpretieren g durch die Addition und f abwechselnd durch

(i) die Abbildung $n \mapsto 2$,

(ii) die Abbildung $n \mapsto \min(n^2 + 2, 19)$ bzw.

(iii) die Abbildung $n \mapsto n \bmod 4$.

Geben Sie an, welche der folgenden Formeln in den drei gegebenen Strukturen gültig sind.

a) $\exists x \exists y\, f(g(x, y)) = f(x)$

b) $\forall x \forall y\, f(g(x, y)) = f(x)$

c) $\exists x \forall y\, f(g(x, y)) = f(x)$

d) $\forall x \exists y\, f(g(x, y)) = f(x)$

e) $\exists y \forall x\, f(g(x, y)) = f(x)$

f) $\forall y \exists x\, f(g(x, y)) = f(x)$