

**Aufgabe 1** (5 Punkte)

Beweisen Sie, daß die Regel  $(\perp)$  zulässig in NI ist, wenn statt der Regel  $(\perp)$  nur die auf *atomare* Konklusionen eingeschränkte Regel  $(\perp)^a$  verwendet werden darf. (Die logische Konstante  $\perp$  ist keine atomare Formel.)

**Aufgabe 2** (15 Punkte)

Beweisen Sie, daß die Regel  $(\perp)_c$  in NK für Formeln ohne  $\vee$  und  $\exists$  zulässig ist, wenn statt der Regel  $(\perp)_c$  nur die auf *atomare* Konklusionen eingeschränkte Regel  $(\perp)_c^a$  verwendet werden darf.

**Aufgabe 3** (10 Zusatzpunkte, Abgabe am 6. 6.)

Beweisen Sie:  $\forall x A(x) \rightarrow B \vdash_{\text{NK}} \exists x (A(x) \rightarrow B)$ , wobei  $x$  nicht frei in  $B$ .

**Aufgabe 4** (10 Zusatzpunkte, Abgabe am 6. 6.)

Sei  $\text{NK}'$  der Kalkül NK ohne die Regeln  $(\forall\text{I})$  und  $(\forall\text{E})$  mit  $\forall x A(x) := \neg \exists x \neg A(x)$ . Zeigen Sie, daß  $\text{NK}'$  gleichwertig zu NK ist.