Peter Schroeder-Heister

Einführung in die Logik (WS 2000/2001)

Übungsblatt 9

1. Führen Sie folgende Substitutionen aus bzw. geben Sie an, welche Substitutionen nicht definiert sind.

a) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/z]$

b) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/z_1]$

c) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 \forall y Qz_1 yz)\ [y/z_1]$ **(3 Punkte)**

2. Geben Sie zu den unten in Aufgabe 3, a) - c) vorkommenden Formeln Strukturbäume an und bestimmen Sie jeweils die Menge der Teilformeln. **(3 Punkte)**

3. Stellen Sie Tableaux zu folgenden Formeln bzw. Folgerungsbehauptungen auf. Welche Behauptung gilt, welche nicht?

a) $\forall x \forall y \exists u \neg Rxyu \vee \forall u \exists y \exists x Rxyu$ **(2 Punkte)**

b) $\exists x \exists y \exists z(Pxy \rightarrow Qz), \exists x \exists y(Rx \vee Qy) \models \exists u \exists v \exists w(Puv \vee \neg Qw)$ **(3 Punkte)**

c) $\forall x(Fx \wedge \neg(Fx \wedge Gx)), \exists x \neg Gx \wedge \neg \exists x Gx \models \neg \exists x Hx$ **(3 Punkte)**

d) $\forall x Px \rightarrow \exists y Ry, \exists z Qz \rightarrow \exists z Rz \models \exists z(Pz \vee Qz)$ **(3 Punkte)**

e) $\exists x \forall y(\neg Px \wedge \forall z(Qy \vee Rz)) \models \forall y \exists x \forall z(Px \vee \neg Qy \rightarrow Rz)$ **(3 Punkte)**

f) $\forall x \forall y(Px \wedge (Qy \vee Ry)) \models \forall y \forall x((Px \wedge Qy) \vee (Px \wedge Ry))$ **(2 Punkte)**

g) $\forall x \forall y \forall z(Pxy \wedge Pyz \rightarrow Pxz), \forall x \exists y Pxy \models \exists x Pxx$ **(3 Punkte)**

Abgabe in der Vorlesung am 17. Januar 2001.