Vorlesung WS 2001/02: Nichtklassische Logiken **Bogen 4**

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister
Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1
Es sei t eine beliebige T-Norm und φ ein Φ-Operator zu t. Zeigen Sie:

$\varphi(x, y) = \mathsf{sup}\,\{z : t(x, z) \leq y\} = \mathsf{max}\,\{z : t(x, z) \leq y\}$. (5)

Aufgabe 2
Es sei $\mathcal{V}$ endlich und $t : \mathcal{V}^2 \to \mathcal{V}$ eine T-Norm. Weiter sei für $x, y \in \mathcal{V}$ definiert: $\varphi(x, y) = \mathsf{max}\,\{z : t(x, z) \leq y\}$. Zeigen Sie:

φ ist ein Φ-Operator zu t. (5)

Aufgabe 3 (Zusatzaufgabe)
Es sei $\mathcal{V} = [0, 1]$ und $t : \mathcal{V}^2 \to \mathcal{V}$ eine T-Norm mit $\mathsf{LSC}(t)$. Für $x, y \in \mathcal{V}$ sei definiert: $\varphi(x, y) = \mathsf{sup}\,\{z : t(x, z) \leq y\}$. Zeigen Sie:

φ ist ein Φ-Operator zu t. (3)

Aufgabe 4
Seien $f_\wedge$ und $f_\to$ wie für $\mathbf{K_3}$ definiert (dabei identifizieren wir ab jetzt den Wahrheitswert i mit der Zahl $\frac{1}{2}$). Zeigen Sie:

(Φ1) $x \leq y \Rightarrow f_\to(z, x) \leq f_\to(z, y)$ (2)

($\neg\Phi$2) Es gilt nicht für alle $x, y \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$: $f_\wedge(x, f_\to(x, y)) \leq y$ (2)

($\neg\Phi$3) Es gilt nicht für alle $x, y \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$: $x \leq f_\to(y, f_\wedge(x, y))$ (1)