Vorlesung WS 2001/02: Nichtklassische Logiken **Bogen 5**

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister
Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1
Zeigen Sie, daß das Junktorensystem $\{\wedge, \vee, \rightarrow, \neg, \supset, \&, +\}$ im dreiwertigen Fall nicht funktional vollständig ist.
Dabei sei $f_\wedge = \mathbf{et}_1$, $f_\vee = \mathbf{vel}_1$, $f_\rightarrow = \mathbf{seq}_1$, $f_\neg = \mathbf{non}_1$, $f_\supset = \mathbf{seq}_2$, $f_\& = \mathbf{et}_2$ und $f_+ = \mathbf{vel}_2$. (4)

Aufgabe 2
(a) Zeigen Sie, daß jede Instanz der folgenden Schemata eine $\mathbf{L}_3$-Tautologie ist:

(i) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ (1)

(ii) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ (1)

(iii) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (1)

(iv) $((A \rightarrow \neg A) \rightarrow A) \rightarrow A$ (2)

(b) Geben Sie das kleinste $n > 3$ an, so daß $((p \rightarrow \neg p) \rightarrow p) \rightarrow p$ nicht $\mathbf{L}_n$-tautologisch ist (mit Beweis). (2)

Aufgabe 3
Zeigen Sie, daß jede Instanz der folgenden Schemata eine $\mathbf{L}_\infty$-Tautologie ist:

(a) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ (1)

(b) $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$ (1)

(c) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (1)

(d) $((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow A)$ (2)