Vorlesung WS 2001/02: Nichtklassische Logiken **Bogen 6**

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister
Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1
Es sei $\mathcal{A}$ eine Struktur der mehrwertigen Quantorenlogik mit 1 als einzigem ausgezeichneten Wahrheitswert. Die zugrundeliegende Sprache enthalte die Junktoren $\wedge$ und $\rightarrow$, wobei $f_\wedge$ eine beliebige T-Norm sei und $f_\rightarrow$ der Φ-Operator zu einer T-Norm t mit $\mathsf{LSC}(t)$. Zeigen Sie für beliebige Formeln A und B:

(a) $\mathcal{A} \models A \rightarrow B$ genau dann, wenn $v^{\mathcal{A}}(A) \leq v^{\mathcal{A}}(B)$ (2)

(b) $\mathcal{A} \models A \leftrightarrow B$ genau dann, wenn $v^{\mathcal{A}}(A) = v^{\mathcal{A}}(B)$ (2)

Dabei stehe $A \leftrightarrow B$ kurz für $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$.

Aufgabe 2
Zeigen Sie für die Lukasiewicz-Quantorenlogik:

(a) $\models \neg\forall x A \leftrightarrow \exists x \neg A$ (2)

(b) $\models \forall x(A \wedge B) \leftrightarrow (\forall x A \wedge \forall x B)$ (2)

(c) $\models (\forall x A \,\&\, \forall x B) \rightarrow \forall x(A \,\&\, B)$ (2)

(d) [Zusatzaufgabe] $\not\models \forall x(A \,\&\, B) \rightarrow (\forall x A \,\&\, \forall x B)$ (4)

Aufgabe 3
Zeigen Sie für unscharfe Mengen A:

(a) $\models A \equiv_t \emptyset \leftrightarrow \forall x -_t (x \in A)$ (2)

(b) $\models -_t \exists x(x \in A) \leftrightarrow A \equiv_t \emptyset$ (2)

(c) $\models A \equiv_t X \leftrightarrow \forall x(x \in A)$ (2)