Vorlesung WS 2001/02: Nichtklassische Logiken **Bogen 7**

Prof. Dr. Peter Schroeder-Heister
Dr. Kai F. Wehmeier

Aufgabe 1
Es seien t und t' linksseitig stetige T-Normen, $f_\wedge = \mathbf{et}_1$, $f_\vee = \mathbf{vel}_1$ und $f_\& = t$. Weiter sei $f_\rightarrow$ der Φ-Operator zu t, $f_\supset$ der Φ-Operator zu t' und f_- die Funktion $\lambda x.f_\rightarrow(x, 0)$. Zeigen Sie für die $[0, 1]$-wertige Quantorenlogik mit 1 als einzigem ausgezeichneten Wahrheitswert:

(a) $\models (A \rightarrow B) \supset (A \,\&\, C \rightarrow B \,\&\, C)$ (2)

(b) $\models (\forall x A \,\&\, \forall x B) \supset \forall x(A \,\&\, B)$ (1)

(c) $\models (A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow C) \supset (A \rightarrow C)$ (2)

(d) $\models (A \rightarrow B) \supset (-B \rightarrow -A)$ (2)

(e) $\models (A_1 \rightarrow B_1) \wedge (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \wedge A_2 \rightarrow B_1 \wedge B_2)$ (2)

(f) $\models (A_1 \rightarrow B_1) \wedge (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \vee A_2 \rightarrow B_1 \vee B_2)$ (2)

(g) $\models (A_1 \rightarrow B_1) \,\&\, (A_2 \rightarrow B_2) \supset (A_1 \,\&\, A_2 \rightarrow B_1 \,\&\, B_2)$ (1)

Aufgabe 2
Wieder seien t und t' linksseitig stetige T-Normen. Zeigen Sie für die Logik der unscharfen Mengen:

(a) $\models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} A \cap_t C \subseteq_t B \cap_t C$ (1)

(b) $\models A \subseteq_t B \wedge_t B \subseteq_t C \rightarrow_{t'} A \subseteq_t C$ (1)

(c) $\models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} \mathbf{C}_t B \subseteq_t \mathbf{C}_t A$ (1)

(d) $\models A \subseteq_t B \rightarrow_{t'} A \cup C \subseteq_t B \cup C$ (1)

(e) $\models A \equiv_t B \wedge_t B \equiv_t C \rightarrow_{t'} A \equiv_t C$ (1)

(f) $\models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} A \cap_t C \equiv_t B \cap_t C$ (1)

(g) $\models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} \mathbf{C}_t A \equiv_t \mathbf{C}_t B$ (1)

(h) $\models A \equiv_t B \rightarrow_{t'} A \cup C \equiv_t B \cup C$ (1)