Übungen zur Informatik III — Blatt 1

Prof. Dr. P. Schroeder-Heister — **WS 2003/04**

Abgabe am Donnerstag, den 23. Oktober, in der Vorlesungspause

---

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie durch Induktion über den Aufbau von v, daß für alle Wörter $v, w \in \Sigma^*$ gilt:

$$(uv)^R = (v^R u^R)$$

Aufgabe 2 (3+3 Punkte)

Seien $L, L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$. Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) $L^* \circ L^* = L^*$

(b) $L_1 \circ (L_2 \cup L_3) = (L_1 \circ L_2) \cup (L_1 \circ L_3)$

Aufgabe 3 (2+2+2+2+2 Punkte)

Sei $\Sigma = \{0, 1, *\}$. Konstruieren Sie deterministische endliche Automaten über Σ, die folgende Sprachen akzeptieren:

(a) $L = \emptyset$

(b) $L = \{\epsilon\}$

(c) $L = \{w \mid \#_0(w) \text{ gerade}, \#_1(w) \text{ ungerade}\}$, wobei für $a \in \Sigma$ die Funktion $\#_a : \Sigma^* \to \mathbb{N}$ angibt, wie oft das Zeichen a in einem Wort $w \in \Sigma^*$ vorkommt.

(d) Die Menge derjenigen Wörter, in denen keine Folgen von drei Einsen vorkommen.

(e) Die Menge derjenigen Wörter, die Binärzahlen ohne führende Nullen darstellen.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Beweisen Sie, daß für die Antwortfunktion δ^* eines DEA $\langle Q, \Sigma, \delta, s, F\rangle$ und alle Wörter $u, v \in \Sigma^*$ und Zustände $q \in Q$ gilt:

$$\delta^*(q, uv) = \delta^*(\delta^*(q, u), v)$$

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Sei Σ ein Alphabet mit n Zeichen und Q eine Menge von k Zuständen. Wieviele verschiedene DEAen mit Zustandsmenge Q gibt es über Σ?

Hinweis: Zwei DEAen sind verschieden, wenn sie als Quintupel verschieden sind, auch wenn sie dieselbe Sprache akzeptieren.

Aufgabe 6 (4 Zusatzpunkte)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Konstruieren Sie einen DEA, der die Sprache der Palindrome der maximalen Länge 6 akzeptiert, d.h. die Sprache

$$L = \{w \mid w = w^R, |w| \leq 6\}.$$

Aufgabe 7 (2 Zusatzpunkte)

Es ist $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$. Gegeben sei ein DEA A mit k Zuständen. Wieviele Zustände werden für die Konstruktion eines DEA A' mit $L(A') = (L(A))^R$ höchstens benötigt? Begründen Sie Ihre Antwort!

Scheinkriterien: Die insgesamt erreichte Punktzahl muß mindestens 60% der insgesamt erreichbaren Punktzahl betragen. Zugleich muß für jeden der beiden Vorlesungsteile "Formale Sprachen" und "Berechenbarkeit" die erreichte Punktzahl mindestens 40% der erreichbaren Punktzahl betragen. Die "erreichbare Punktzahl" ist dabei die Summe aller möglichen Punkte ohne Zusatzpunkte, während bei der "erreichten Punktzahl" die erworbenen Zusatzpunkte mitgerechnet werden. (Im Prinzip kann also die erreichte Punktzahl größer als 100% der erreichbaren Punktzahl sein.)

Der Vorlesungsteil "Formale Sprachen" umfaßt die Kapitel 1-9 des Skriptums, der Vorlesungsteil "Berechenbarkeit" die Kapitel 10-15. Ab welchem Übungsblatt die Aufgaben zur Berechenbarkeit gezählt werden, wird noch bekanntgegeben (ca. Übungsblatt 9).