Logiken für Programme und Prozesse — Übungsblatt 1

Michael Arndt, WSI für Informatik **WS 2004/05**

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Zeigen Sie, daß ι die Identität und $\emptyset$ der Annullator für die Komposition von Relationen ist:

$$\begin{aligned} \iota \circ P &= P \circ \iota &= P \\ \emptyset \circ P &= P \circ \emptyset &= \emptyset \end{aligned}$$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Beweisen Sie folgende Eigenschaften einer binären Relation R:

$$\begin{aligned} R &= R^{--} \\ R &\subseteq R \circ R^{-} \circ R \\ R^* &= R^* \circ R^* \\ R^* &= (R^*)^* \\ R^* &= \iota \cup (R \circ R^*) \\ R \circ R^* &= R^* \circ R \end{aligned}$$

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Gegeben seien folgende aussagenlogische Formeln:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= p \wedge \neg(\neg q \vee r) \\ \phi_2 &= p \vee (q \wedge r) \\ \phi_3 &= p \leftrightarrow r \vee \top \\ \phi_4 &= p \vee \neg q \vee r \\ \phi_5 &= \neg\neg(p \vee q) \end{aligned}$$

(a) Drücken Sie alle ϕ_i alleine durch $\rightarrow$ und $\perp$ aus.

(b) Geben Sie eine Belegung u an, so daß $u(\phi_1) = u(\phi_2) = u(\phi_3) = u(\phi_4) = u(\phi_5) = \mathbf{1}$.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Es sei S_n die Menge der Belegungen der Aussagenvariablen $p_1, \ldots, p_n$. Eine Wahrheitstafel über $p_1, \ldots, p_n$ ist eine Funktion $T : S_n \rightarrow \{\mathbf{0}, \mathbf{1}\}$. Wieviele verschiedene Wahrheitstafeln gibt es zu gegebenem n?