Logiken für Programme und Prozesse — Übungsblatt 5

Michael Arndt, WSI für Informatik **WS 2004/05**

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sei ein Rahmen $\mathfrak{R} = \langle Z, \mathfrak{r} \rangle$ über Σ. Zeigen Sie, daß für jedes Programm α über Σ gilt:

$$\mathfrak{r}(\alpha) = \bigcup_{\sigma \in \mathrm{EBS}(\alpha)} \mathfrak{r}(\sigma)$$

Aufgabe 2 (4+2 Punkte)

Gegeben sei das Modell $\mathfrak{M} = \langle \{s, t, u, v\}, \mathfrak{r}, \mathfrak{u} \rangle$ über $\{a, b\}$ mit

$$\begin{array}{lcl} \mathfrak{r}(a) & = & \{(t,v),(v,t),(s,u),(u,s)\} \\ \mathfrak{r}(b) & = & \{(s,t),(t,s),(u,v),(v,u)\} \\ \mathfrak{u}(s) & = & \emptyset \\ \mathfrak{u}(t) & = & \{q\} \\ \mathfrak{u}(u) & = & \{p\} \\ \mathfrak{u}(v) & = & \{p,q\} \end{array}$$

(a) Welche der folgenden Formeln gelten in $\mathfrak{M}$?

- $\langle a; b \rangle p$
- $p \rightarrow [b](p \vee q)$
- $p \vee q \rightarrow \langle a + b \rangle (\neg p \wedge \neg q)$
- $p \leftrightarrow [(a; b^*; a)^*]p$

(b) Geben Sie ein nichttriviales Programm α an, so daß $\mathfrak{M} \models \phi \leftrightarrow [\alpha]\phi$ für alle ϕ.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Formeln in allen Rahmen gelten:

(a) $[\alpha^*]\phi \rightarrow \phi$

(b) $[\alpha + \beta]\phi \leftrightarrow [\alpha]\phi \wedge [\beta]\phi$

(c) $\langle \alpha + \beta \rangle \phi \leftrightarrow \langle \alpha \rangle \phi \vee \langle \beta \rangle \phi$

(d) $\langle \phi? \rangle \psi \leftrightarrow \phi \wedge \psi$