Logiken für Programme und Prozesse — Übungsblatt 6

Michael Arndt, WSI für Informatik **WS 2004/05**

Aufgabe 1 (4 Punkte)

In dem Modell $\mathcal{M} = \langle Z, \mathfrak{r}, \mathfrak{u} \rangle$ sei für die Programme α und β erfüllt, daß $\mathfrak{r}(\alpha) \subseteq \mathfrak{r}(\beta)$. Zeigen Sie, daß für alle Formeln ϕ gilt:

$$\mathcal{M} \models [\beta]\phi \to [\alpha]\phi$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß folgende Formeln in allen Modellen gelten:

(a) $[\alpha;\beta]\phi \leftrightarrow [\alpha][\beta]\phi$

(b) $\langle\alpha\rangle\phi \to \langle\alpha^*\rangle\phi$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Der Konversoperator $^-$ erweitert die Sprache der DAL in folgender Weise:

- Wenn α ein Programm ist, dann auch α^-.

Die Semantik der DAL wird um folgende Klausel erweitert:

- $\mathfrak{r}(\alpha^-) = (\mathfrak{r}(\alpha))^-$

Zeigen Sie, daß folgende DAL$^-$-Formeln in allen Modellen gültig sind:

(a) $[(\alpha + \beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\alpha^- + \beta^-)]\phi$

(b) $[(\alpha;\beta)^-]\phi \leftrightarrow [(\beta^-;\alpha^-)]\phi$

(c) $\langle\alpha^{--}\rangle\phi \leftrightarrow \langle\alpha\rangle\phi$

(d) $\phi \to [\alpha]\langle\alpha^-\rangle\phi$

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß in DAL die Regel

$$\frac{\phi \to \psi}{\langle\alpha\rangle\phi \to \langle\alpha\rangle\psi}$$

eine zulässige Schlußregel ist.