3. AUSSAGENLOGIK:

SYMBOLISIERUNG

3.1 Konnektive im Deutschen und Wahrheitsfunktionalität

3.1.1 Konnektive im Deutschen

Zu den Konnektiven der deutschen Sprache (kurz: D), die aus zwei Sätzen einen neuen Satz erzeugen gehören z.B. die Ausdrücke:

- ‚und'
- ‚aber'
- ‚oder'
- ‚wenn, dann'

Zu den Konnektiven von D, die aus einem Satz einen neuen Satz erzeugen gehören z.B. die Ausdrücke:

- ‚Es ist nicht der Fall, dass'
- ‚Es ist möglich, dass'
- ‚Es ist gestattet, dass'

3.1.2 Einfache und zusammengesetzte Sätze von D

Wir nehmen an, dass ein Satz von D ein einfacher oder aber ein zusammengesetzter Satz sein Kann. Einfache Sätze von D sind Sätze, die keine Konnektive enthalten wie zum Beispiel:

- ‚Aristoteles ist scharfsinnig'
- ‚Sophokles ist tiefsinnig'

Zusammengesetzte Sätze von D sind Sätze, die mit Konnektiven zusammengesetzt sind. Zum Beispiel:

- ‚Aristoteles ist scharfsinnig und Sophokles ist tiefsinnig'
- ‚Es ist möglich, dass Aristoteles tiefsinnig ist'
- ‚Aristoteles ist scharfsinnig oder es ist nicht der Fall, dass Aristoteles scharfsinnig ist'

3.1.3 Wahrheitsfunktionalität

In der „klassischen“ Aussagenlogik interessieren wir uns für die logische Analyse von zusammengesetzte Sätze von D, deren Konnektive wahrheitsfunktional sind.

Definition 3.1 (Wahrheitsfunktionalität):

Ein Konnektiv wird **wahrheitsfunktional** benutzt genau dann, wenn es benutzt wird, um einen zusammengesetzten Satz aus einem oder mehreren Sätzen zu erzeugen; und zwar in einer solchen Weise, dass der Wahrheitswert der Zusammensetzung gänzlich durch die Wahrheitswerte des Satzes oder der Sätze bestimmt wird, aus welchen die Zusammensetzung gebildet wird.

Wahrheitsfunktionale Konnektive von D sind Konnektive, die wahrheitsfunktional benutzt werden. *Wahrheitsfunktionale Zusammensetzungen von D* sind Sätze von D, die aus Sätzen von D gebildet werden. Die Sätze, aus denen wahrheitsfunktionale Zusammensetzungen bestehen, heißen *Teilsätze*. Aus Definition 3.1 folgt, dass der Wahrheitswert einer wahrheitsfunktionalen Zusammensetzung aus den Wahrheitswerten ihrer Teilsätze errechnet werden kann.

3.1.4 Nicht-wahrheitsfunktionale Konnektive

In der (elementaren) Aussagenlogik können nur Sätze untersucht werden, die mit wahrheitsfunktional verwendeten Konnektiven von D zusammengesetzt sind. Nicht jedes in den ersten beiden Abschnitten (3.1.1 und 3.1.2) genannte Konnektiv von D ist wahrheitsfunktional. Es folgt eine Liste nicht-wahrheitsfunktionaler (intensionaler) Konnektive.

„Epistemologische“ Konnektive z.B.:

- ‚Subjekt x glaubt, dass’ (doxastisch)
- ‚Subjekt x weiß, dass’ (epistemisch)
- ‚Subjekt x denkt, dass’

Modale Konnektive:

- ‚Es ist notwendig, dass’
- ‚Es ist möglich, dass’

Temporale Konnektive z.B.:

- ‚Es war der Fall, dass’
- ‚Es wird der Fall sein, dass’

Deontische Konnektive z.B.:

- ‚Es ist geboten, dass’
- ‚Es ist erlaubt dass’

Der Wahrheitswert eines mit diesen Konnektiven zusammengesetzten Satzes kann nicht aus den Wahrheitswerten seiner Teilsätze ermitteln werden . So kann z.B. der Wahrheitswert von

‚Udo weiß, dass Tübingen in Deutschland liegt'

nicht ermittelt werden, wenn uns der Wahrheitswert von

‚Tübingen liegt in Deutschland'

gegeben ist. Im Falle des wahrheitsfunktionalen Konnektivs ‚Es ist nicht der Fall, dass' aber können wir den Wahrheitswert von

‚Es ist nicht der Fall, dass 2+2=3'

bestimmen, wenn uns der Wahrheitswert von

‚2+2=3'

gegeben ist. Das logische Verhalten nicht-wahrheitsfunktionaler Konnektive wird in der *intensionalen Logik* studiert. Sie umfasst z.B. die epistemische Logik, die deontische Logik, die Modallogik oder die Temporallogik. Wir werden uns im Rahmen dieses Kurses nicht mit diesen Logiken beschäftigen können.

3.1.5 Symbolisierung einfacher Sätze von D in AL

Wir wollen einfache Sätze von D in AL durch Großbuchstaben des lateinischen Alphabets symbolisieren. (AL ist die formale Sprache der Aussagenlogik, deren Syntax und Semantik aus mehr oder weniger guten didaktischen Gründen erst im nächsten Kapitel definiert wird.)

Satz (D):	Aristoteles ist ***s***charfsinnig
Symbolisierung (AL):	S

Die Anbringung von Indices an den Satzbuchstaben (z. B. S_9, K_{478}) erlaubt es, eine beliebige Anzahl deutscher Sätze in AL zu repräsentieren.

3.1.5. Atomare und molekulare Sätze von AL :

Ein Satz von AL ist entweder ein atomarer oder ein molekularer Satz.

Atomare Sätze von AL:	nicht-kursive Großbuchstaben (mit oder ohne Index) des lateinischen Alphabets wie z.B. S, K_9, M_{4711}
Molekulare Sätze von AL:	Sätze von AL, die aus einem oder aus mehreren atomaren Sätzen und aus einem oder aus mehreren Konnektiven von AL bestehen.

In Abschnitt 3.2 werden nun die fünf Konnektive von AL vorgestellt.

3.2. Die Konnektive von AL

Die Konnektive von AL (d.h. die Konnektive der Aussagenlogik) werden auch ‚Junktoren' genannt; ‚Junktoren-Logik' ist also ein anderer Name für AL.

3.2.1 Konjunktion

Symbol: Das *Konjunktionssymbol* ‚∧' drückt in AL die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚und' in D aus.

Symbolisierung:

Satz (D): Aristoteles ist ***s***charfsinnig <u>und</u> Sophokles ist ***t***iefsinnig

Symbolisierung (AL): (S ∧ T)

Konjunktion und Konjunkte:

Ein Satz der *Form*

(A ∧ B)

wobei *A* und *B* Sätze von AL sind, ist eine *Konjunktion*. *A* und *B* sind die *Konjunkte* der Konjunktion.

Die kursiv gedruckten Buchstaben ‚*A*' und ‚*B*' werden hier als metasprachliche Variablen benutzt, die verwendet werden, um in verallgemeinernder Weise über Sätze von AL zu sprechen. AL ist unsere Objektsprache. Im folgenden betrachten wir den Ausdruck ‚*(A ∧ B)*' als einen Ausdruck der Metasprache, obwohl in ihm ein Ausdruck der Objektsprache, nämlich ‚∧', vorkommt. Entsprechendes soll für die Satzformen gelten, die in Abschnitt 3.2 noch vorgestellt werden. Auf den Unterschied zwischen Objekt und Metasprache werden wir in Kapitel 4 zurückkommen.

Wahrheitstafel für ‚∧':

A	*B*	*(A ∧ B)*
w	**w**	**w**
w	**f**	**f**
f	**w**	**f**
f	**f**	**f**

Wahrheitstafeln geben die Bedeutungen der Konnektive von AL an. Die Konnektive von AL haben nur und ausschließlich eine wahrheitsfunktionale Bedeutung. Letzteres trifft auf die Konnektive von D nicht zu.

3.2.2 Symbolisierung

Die Symbolisierung deutscher Sätze in AL kann als zweistufiger Vorgang betrachtet werden:

Stufe 1: *Paraphraseschritt*: Konstruktion einer deutschsprachigen wahrheitsfunktionalen Paraphrase des ursprünglichen deutschen Satzes.

Stufe 2: *Symbolisierungsschritt*: Symbolisierung der in Stufe 1 gewonnenen Paraphrase in AL.

Die grammatische Struktur deutscher Sätze und die Konnektive von D können bei der Symbolisierung hilfreich sein. Manchmal können sie aber auch in die Irre führen.

1. Irreführung durch die grammatische Struktur deutscher Sätze:

   Satz (D): Aristoteles und Sophokles haben ***G***riechisch gesprochen

   Symbolisierung 1 (AL): G (falsch!)

   Paraphrase (D): ***A***ristoteles hat Griechisch gesprochen und ***S***ophokles hat Griechisch gesprochen.

   Symbolisierung 2 (AL): $(A \wedge S)$ (richtig!)

   Dieses Beispiel zeigt, dass die *grammatische Struktur* eines deutschen Satzes seine *logische Struktur* nicht vollkommen zuverlässig anzeigt!

2. Irreführung durch Konnektive in deutschen Sätzen:

   Satz (D): Eine Dose Pils und eine Dose Zitronenlimo geben ein wunderbares Alsterwasser.

   Paraphrase (D): Eine Dose ***P***ils gibt ein wunderbares ***A***lsterwasser und eine Dose ***Z***itronenlimo gibt ein wunderbares Alsterwasser. (falsch!)

   Symbolisierung 1 (AL): $(P \wedge Z)$ (falsch!)

   Symbolisierung 2 (AL): A (richtig!)

   [In diesem Beispiel meint ‚eine Dose Pils (Limo)' natürlich ‚eine Dose-voll Pils (Limo)'. Alsterwasser enthält keine Dosen.]

3.2.3 Konjunktion (Fortsetzung)

Zu den Konnektiven von D, die sich ausschließlich unter der Verwendung von ‚und' wahrheitsfunktional paraphrasieren lassen, gehören die folgenden.

‚sowohl . . . als auch':

Satz:	Sowohl Friederike als auch Konstanze gehen gern Shoppen.
Par.:	***F***riederike geht gern Shoppen und ***K***onstanze geht gern Shoppen.
Symb.:	$(F \wedge K)$

‚aber':

Satz:	Babsi hasst Hunde, aber sie liebt Katzen
Par.:	Babsi ***h***asst Hunde und Babsi ***l***iebt Katzen
Symb.:	$(H \wedge L)$

‚(je)doch':

Satz:	Die Rektoren sind heute eingetroffen, doch die Konferenz war gestern.
Par.:	Die Rektoren sind ***h***eute eingetroffen und die Konferenz war ***g***estern.
Symb.:	$(H \wedge G)$

‚obwohl':

Satz:	Obwohl Günther ein passionierter Standardtänzer ist, ist er bei der Damenwahl leer ausgegangen.
Par.:	Günther ist ein passionierter ***S***tandardtänzer und Günther ist bei der Damenwahl ***l***eer ausgegangen.
Symb.:	$(S \wedge L)$

Wahrheitsfunktionale Paraphrasen vermögen es meistens nicht, alle Nuancen der umgangssprachlichen deutschen Sätze einzufangen, die paraphrasiert werden sollen. Die Reduktion der oben genannten vier Ausdrücke auf die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚und' macht das deutlich. So unterschlägt etwa das letzte Symbolisierungsbeispiel den Hinweis auf den Frust, mit dem Günther klarkommen muss. Das Unvermögen der wahrheitsfunktionalen Paraphrase, solche Aspekte ausdrücken zu können, ist für die Bedürfnisse der logischen Analyse in AL nicht bedeutsam. Nur die wahrheitsfunktionale Bedeutung der deutschen Paraphrasen ist dafür entscheidend.

3.2.4 Disjunktion

Symbol: Das *Disjunktionssymbol* ‚$\vee$' (AL) drückt die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚oder' (D) aus.

Symbolisierung:

Satz: ***G***uido Schuhmacher ist ein F1-Pilot oder ***M***ichael Schuhmacher ist ein F1-Pilot.

Symbolisierung: $(G \vee M)$

Disjunktion und Disjunkte:

Ein Satz der *Form*

$$(A \vee B),$$

in dem *A* und *B* Sätze von AL sind, ist eine *Disjunktion*. *A* und *B* sind die *Disjunkte* dieses Satzes.

Wahrheitstafel für ‚$\vee$':

A	*B*	$(A \vee B)$
w	**w**	**w**
w	**f**	**w**
f	**w**	**w**
f	**f**	**f**

Paraphrasen mit ‚oder':

In Sätzen von D, die als Disjunktionen paraphrasiert werden können, taucht das Wort ‚oder' nicht immer zwischen vollständigen Sätzen auf.

Satz: Picasso ist ein Künstler oder ein Philosoph

Paraphrase: Picasso ist ein Künstler oder Picasso ist ein Philosoph

Symbolisierung: $(K \vee P)$

Inklusives und exklusives ‚oder':

Wir benutzen ‚$\vee$', um Disjunktionen in der *inklusiven* Bedeutung von ‚oder ' zu symbolisieren. Dazu ein Beispiel.

Satz :	Zum Nachtisch wird Apfelstrudel oder Schokoladentorte gereicht.
Paraphrase:	Zum Nachtisch wird ***A***pfelstrudel gereicht oder zum Nachtisch wird ***S***chokoladentorte gereicht.
Symbolisierung:	$(A \vee S)$

Diese Symbolisierung schließt nicht aus – so will es die Wahrheitstafel für das Disjunktionssymbol – dass mit dem Menü beides kommt. Das ist aber nicht das, was Speisekarten üblicherweise meinen. In der Regel wird man nur eines von beidem, aber nicht beides haben dürfen. Diese eingeschränkte wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚oder' wird durch die *exklusive* Disjunktion ausgedrückt. Die Wahrheitsbedingungen für die *exklusive* Disjunktion werden weiter unten angegeben (Abschnitt 3.4.1), da wir für diesen Zweck ein Konnektiv benötigen, das noch nicht eingeführt worden ist, nämlich die Negation.

3.2.5 Negation

Symbol: Das *Negationssymbol* ‚$\neg$' (AL) drückt die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚es ist nicht der Fall, dass' (D) bzw. ‚nicht' (D) aus.

Symbolisierung:

Satz:	Es ist nicht der Fall, dass Vladimir Klitschko eine ***F***rau ist.
Symbolisierung:	$\neg F$

Negation und Negatum:

Ein Satz der *Form*

$$\neg A,$$

in dem A ein Satz von AL ist, ist eine *Negation*. A ist das *Negatum* dieses Satzes.

Wahrheitstafel für ‚$\neg$':

A	$\neg A$
w	**f**
f	**w**

Beachte: $\neg A$ ist die Negation von A, aber A ist nicht die Negation von $\neg A$.

Ein-stellige und zwei-stellige Konnektive:

Das Konnektiv ‚¬' ist ein *einstelliges Konnektiv*, da es nur auf einen (atomaren oder molekularen) Satz angewendet wird, um einen neuen Satz zu erzeugen.

Die bisher behandelten Konnektive ‚∧' und ‚∨', sind *zweistellige Konnektive*, da jedes von ihnen auf zwei (atomare oder molekulare) Sätze angewendet wird, um einen neuen Satz zu erzeugen.

Negierte Quantitätsterme und Negationspräfixe

Quantitätsterme sind z.B. solche Ausdrücke wie ‚alle' oder ‚einige'.

1. Symbolisierung von negierten Quantitätstermen in AL:

Satz (i): Nicht alle Philosophen sind gute Logiker

Paraphrase: Es ist nicht der Fall, dass alle Philosophen gute Logiker sind

Symbolisierung: ¬P

(‚P' kürzt hier den Satz ‚Alle Philosophen sind gute Logiker' ab.)

Satz (ii): Einige Naturwissenschaftler sind keine Chemiker.

Paraphrase 1: Es ist nicht der Fall, dass einige Naturwissenschaftler Chemiker sind (falsch!)

Paraphrase 2: Es ist nicht der Fall, dass alle Naturwissenschaftler Chemiker sind

Symbolisierung: ¬C

(‚C' kürzt hier den Satz ‚Alle Naturwissenschaftler sind Chemiker' ab.)

Die Symbolisierung von Sätzen mit negierten Quantitätstermen ist in AL zugegebenermaßen etwas müßig. Aber es ist sinnvoll zu sehen, dass man solche Konstruktionen zur Not auch in AL symbolisieren kann. Die Symbolisierung von negierten Quantitätstermen werden wir im prädikatenlogischen Teil des Kurses ausführlich behandeln.

1. Paraphrase und Symbolisierung von Negationspräfixen von D in AL:

Sätze mit solchen Präfixen wie ‚un-', ‚in-', ‚nicht-', ‚non-', ‚a(n)-' usw. lassen sich häufig gut als Negationen paraphrasieren.

Satz:	N.N. ist ungeschickt
Paraphrase:	Es ist nicht der Fall, dass N.N. geschickt ist
Symbolisierung:	$\neg$L (wobei ‚L' den Satz ‚N.N. ist geschickt' abkürzt).

3.2.6 Das materiale Konditional

Symbol: Das materiale *Konditionalsymbol* ‚$\rightarrow$' (AL) drückt die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚wenn . . . dann . . .' (D) aus.

Symbolisierung:

Satz:	Wenn Richie ***g***eblitzt worden ist, dann ist er zu ***s***chnell gefahren.
Symbolisierung:	(G $\rightarrow$ S)

Materiales Konditional, Vordersatz, Hintersatz:

Ein Satz der *Form*

(A → B),

wobei *A* (*Vordersatz*, Antecedens) und *B* (*Hintersatz*, Konsequens) Sätze von AL sind, ist ein *materiales Konditional*.

Wahrheitstafel für ‚→':

A	*B*	*(A → B)*
w	**w**	**w**
w	**f**	**f**
f	**w**	**w**
f	**f**	**w**

Hinreichende und notwendige Bedingung:

A ist eine *hinreichende Bedingung* für *B* genau dann, wenn ($A \to B$). *B* ist eine *notwendige Bedingung* für *A* genau dann, wenn ($\neg B \to \neg A$). Somit ist *A* genau dann eine hinreichende Bedingung für *B*, wenn *B* eine notwendige Bedingung für *A* ist.

Ein Beispiel: ‚S' stehe in ‚(S → G)' und in ‚(¬G → ¬S)' für den Satz ‚Ein Argument ist schlüssig' und ‚G' für den Satz ‚Ein Argument ist deduktiv gültig'.

Die Eigenarten des materialen Konditionals:

Im Deutschen übermitteln Konditionale häufig Informationen, die von der wahrheitsfunktionalen Bedeutung des materialen Konditionals nicht erfasst werden.

1. Einfache Konditionalsätze

   Wenn Richie ***g***eblitzt worden ist, dann ist er zu ***s***chnell gefahren
   (G → S)

   Dieser Satz ist gemäß der Wahrheitstafel für ‚→' wahr, wenn Richie geblitzt worden ist und zu schnell gefahren ist, wenn Richie nicht geblitzt worden ist und zu schnell gefahren ist und wenn Richie nicht geblitzt worden ist und nicht zu schnell gefahren ist. Das ist intuitiv nicht besonders ansprechend. In Abschnitt 3.3.1 wird eine äquivalente (!) Symbolisierung des obigen Satzes vorgeschlagen, die unseren Intuitionen vermutlich etwas besser gerecht wird.

2. Kausalaussagen

   Sätze:

   1. Wenn dieses Pult aus Holz ist, dann wird es bei Zufuhr von Feuer verbrennen.
   2. Wenn dieses Pult aus Holz ist, dann wird es bei Zufuhr von Feuer zu Gold.

   Paraphrasen:

   1a. Wenn dieses Pult aus ***H***olz ist, dann wird es bei Zufuhr von Feuer ***v***erbrennen.
   2a. Wenn dieses Pult aus ***H***olz ist, dann wird es bei Zufuhr von Feuer zu ***G***old.

   Symbolisierungen:

   1b. (H → V)
   2b. (H → G),

   Wenn das Pult nicht aus Holz gemacht ist, dann ist sowohl 1a als auch 2a wahr, und somit auch deren Symbolisierungen 1b und 2b.

3. Irreale Konditionalsätze

   Der Wahrheitswert des Satzes

   > Wenn Berlusconi keinen Einfluß auf die Medien seines Landes gehabt hätte, dann wäre er nie Staatspräsident geworden

   lässt sich nicht adäquat ermitteln, wenn nur die Wahrheitswerte der im Indikativ stehenden Teilaussagen berücksichtigt werden. Die Semantik solcher nicht-wahrheitsfunktional zusammengesetzten Sätze ist recht kompliziert und kontrovers und sollte in einem Einführungskurs besser nicht behandelt werden.

Paraphrasen mit ‚wenn . . . dann . . .':

***‚vorausgesetzt, dass'*:**

Satz:	Kai-Konstantin wird **w**ohlhabend sein, vorausgesetzt, er erbt das **V**ermögen seiner Familie
Paraphrase:	Wenn Kai-Konstantin das ***V***ermögen seiner Famile erbt, dann wird K.-K. ***w***ohlhabend sein
Symbolisierung:	$(V \rightarrow W)$

‚wenn':

Satz:	Die **O**sterweiterung der EU wird 2004 stattfinden, wenn die **I**ren für den Vertrag von Nizza stimmen.
Paraphrase:	Wenn die ***I***ren für den Vertrag von Nizza stimmen, dann wird 2004 die ***O***sterweiterung der EU stattfinden.
Symbolisierung:	$(I \rightarrow O)$

‚nur dann, wenn':

Satz:	Svenja ist in **T**übingen nur dann, wenn Svenja in Baden-**W**ürttemberg ist
Paraphrase:	Wenn Svenja in ***T***übingen ist, dann ist Svenja in Baden-***W***ürttemberg
Symbolisierung:	$(T \rightarrow W)$

Ein häufiger Fehler ist, dass beim Paraphrasieren von ‚nur dann, wenn' das ‚nur dann' ignoriert und lediglich die Reihenfolge der Sätze umgestellt wird.

3.2.7 Das materiale Bikonditional

Symbol : Das *Bikonditionalsymbol* '↔' (AL) drückt die wahrheitsfunktionale Bedeutung von ‚genau dann, wenn' (D) aus.

Symbolisierung:

Satz: Waldi ist genau dann ein Dackel, wenn er ein Teckel ist.

Symbolisierung: (D ↔ T)

Bikonditional:

Ein Satz der *Form*

(A ↔ B),

wobei *A* und *B* Sätze von AL sind, ist ein *materiales Bikonditional*.

Wahrheitstafel für ‚↔':

A	*B*	*(A ↔ B)*
w	**w**	**w**
w	**f**	**f**
f	**w**	**f**
f	**f**	**w**

3.3 Zur Definierbarkeit der Konnektive von AL

Einige Konnektive von AL können durch andere Konnektive von AL ausgedrückt werden. Wir werden die Definierbarkeit der (nicht als primitiv angenommenen) Konnektive von AL im Kapitel zur Metatheorie der Aussagenlogik unter dem Stichwort *wahrheitsfunktionale Vollständigkeit* ausführlich behandeln. (Dort wird gezeigt, dass etwa mit Hilfe von ¬ und ∨ die übrigen Konnektive von AL ausgedrückt werden können.) In diesem Abschnitt werden—zwecks Anregung der Intuitionen—nur Beispiele gegeben.

3.3.1 Zur Definierbarkeit des materialen Konditionals

Satz: Wenn Richie ***g***eblitzt worden ist, dann ist er zu ***s***chnell gefahren.

Paraphrase 2: Es ist nicht der Fall, dass (Richie ist geblitzt worden und es ist nicht der Fall, dass Richie zu schnell gefahren ist).

Symbolisierung 2: $\neg(G \wedge \neg S)$

Wann immer wir einen Satz der Form $(A \rightarrow B)$ schreiben, können wir diesen Satz zum Beispiel auch als $\neg(A \wedge \neg B)$ ausdrücken. Es gibt noch andere Möglichkeiten $(A \rightarrow B)$ auszudrücken. Eine davon ist zum Beispiel $(\neg A \vee B)$. (Wir werden uns bereits in Kapitel 5 davon überzeugen können, dass diese Satzformen äquivalent sind.)

3.3.2 Zur Definierbarkeit des materialen Bikonditionals

Satz: Waldi ist ein Dackel genau dann, wenn er ein Teckel ist

Paraphrase: (Wenn Waldi ein ***D***ackel ist, dann ist Waldi ein ***T***eckel) und (Wenn Waldi ein ***T***eckel ist, dann ist Waldi ein ***D***ackel).

Symbolisierung: $(D \rightarrow T) \wedge (T \rightarrow D)$

3.4 Symbolisierung mit Kombinationen von Konnektiven von AL

Kombinationen der behandelten fünf Konnektive von AL können in intuitiv einsichtiger Weise für die Symbolisierung geläufiger Konnektive des Deutschen eingesetzt werden.

3.4.1 Das exklusive ‘oder’

Satz: Zum Nachtisch wird Apfelstrudel oder Schokoladentorte gereicht.

Paraphrase: (Zum Nachtisch wird Apfelstrudel gereicht oder zum Nachtisch wird Schokoladentorte gereicht) und es ist nicht der Fall, dass (sowohl Apfelstrudel zum Nachtisch gereicht wird als auch Schokoladentorte zum Nachtisch gereicht wird).

Symbolisierung: $((A \vee S) \wedge \neg(A \wedge S))$

Wahrheitsbedingungen für
das exklusive ‚*oder*‘

A	B	$((A \vee B) \wedge \neg(A \wedge B))$
w	**w**	**f**
w	**f**	**w**
f	**w**	**w**
f	**f**	**f**

3.4.2 ‚weder . . . noch'

Satz: Weder Olli noch Ulli mögen Spinat

Paraphrase: Es ist nicht der Fall, dass ***O***lli Spinat mag und es ist nicht der Fall, dass ***U***lli Spinat mag.

Symbolisierung: $(\neg O \wedge \neg U)$

Es sind auch andere Paraphrasen und Symbolisierungen dieses Satzes zulässig.

Wahrheitsbedingungen für
‚weder . . . noch . . .'

A	B	$(\neg A \wedge \neg B)$
w	**w**	**f**
w	**f**	**f**
f	**w**	**f**
f	**f**	**w**

3.4.3 ‚nicht sowohl . . . als auch . . .'

Satz: Die Zahl 3 ist nicht sowohl gerade als auch eine Primzahl.

Paraphrase: Es ist nicht der Fall, dass (die Zahl 3 ***g***erade ist und dass die Zahl 3 eine ***P***rimzahl ist).

Symbolisierung: $\neg(G \wedge P)$.

Es sind auch andere Paraphrasen und Symbolisierungen dieses Satzes zulässig. Dieser Satz behauptet nicht, dass die 3 weder gerade noch eine Primzahl ist, sondern nur, dass sie nicht beides ist.

Wahrheitsbedingungen für
‚nicht sowohl . . . als auch . . .'

A	B	$\neg(A \wedge B)$
w	**w**	**f**
w	**f**	**w**
f	**w**	**w**
f	**f**	**w**

3.4.4 ‚. . . , es sei denn, . . .'

Satz:	Lothar geht auf die Demo, es sei denn es regnet.
Paraphrase:	Wenn es nicht der Fall ist, dass es regnet, dann geht Lothar auf die Demo.
Symbolisierung:	$(\neg R \rightarrow D)$

Wahrheitsbedingungen für
‚*es sei denn*'

A	B	$(\neg A \rightarrow B)$
w	**w**	**w**
w	**f**	**w**
f	**w**	**w**
f	**f**	**f**

(Werfen Sie einen Blick auf die Wahrheitstafel für ‚$\vee$'.)

3.5 Hinweise zur Paraphrase und Symbolisierung in AL

3.5.1 Der Paraphraseschritt

Beim Paraphraseschritt der Symbolisierung sind – mit der nötigen Vorsicht – die folgenden Dinge zu beachten:

- die grammatische Struktur
- die Schlüsselwörter
- die Formulierung
- der Kontext

der ursprünglichen Passage.

3.5.2 Der Symbolisierungsschritt

Wahrheitsfunktionale Paraphrase (D)	zu symbolisieren (AL) als
einfacher Satz	atomarer Satz
wf-zusammengesetzter Satz	molekularer Satz
nicht-wf-zusammengesetzter Satz	atomarer Satz

3.5.3 Einige Faustregeln für die Symbolisierung in AL

1. Jeder Satz der zu paraphrasierenden Passage, der als einfacher Satz paraphrasiert werden kann, kann als seine eigene Paraphrase dienen.

2. Jeder Satz der ursprünglichen Passage, der als wf-zusammengesetzter Satz behandelt werden kann, ist ausschließlich mit Hilfe der *fünf* Konnektive (D) zu paraphrasieren:

   - ‚und'
   - ‚oder'
   - ‚es ist nicht der Fall, dass'
   - ‚wenn . . . dann',
   - ‚genau dann, wenn'

   Der Grund ist der, dass die Paraphrasen anschließend nur mit Hilfe der fünf Konnektive von AL symbolisiert werden sollen.

3. *Mehrdeutigkeiten* sind zu vermeiden (z.B. durch die Anbringung von Klammern).

   Beispiel: $\neg(A \leftrightarrow B)$ und $(\neg A \leftrightarrow B)$.

   Der Unterschied zwischen diesen Beiden Sätzen wird deutlich, wenn man z.B. annimmt, dass ‚A' den Satz ‚Merkel gewinnt die Wahl' symbolisiert und ‚B' den Satz ‚Merkel wird von der Wirtschaft unterstützt'. Vermutlich ist Ihnen bereits deutlich, dass es sich beim ersten Satz um eine Negation und beim zweiten um ein materiales Bikonditional handelt.

4. Wenn die deutsche Passage ein *Argument* ist, dann ist das paraphrasierte Argument in die Standardform zu bringen.

5. Wenn eine deutsche Passage zwei oder mehrere *unterschiedliche Formulierungen* derselben Behauptung enthält, dann ist nur eine Formulierung bei der Paraphrase dieser Passage zu verwenden. Der Grund ist der, dass später bei der Symbolisierung nur eine minimale Anzahl von Satzbuchstaben verwendet werden. Das macht die logische Struktur der betreffenden Passage durchsichtig. Dazu das folgende Beispiel.

Satz:	Olli kriegt sein Taschengeld <u>nicht, es sei denn</u> Olli hat sein Zimmer aufgeräumt. Olli hat <u>nicht</u> für Ordnung in seinem Zimmer gesorgt. Somit wird Olli sein Taschengeld einbüßen.
Paraphrase 1:	<u>Wenn</u> <u>es ist nicht der Fall ist, dass</u> Olli sein Zimmer ***a***ufgeräumt hat, <u>dann</u> <u>ist es nicht der Fall, dass</u> Olli sein Taschengeld ***k***riegt. <u>Es ist nicht der Fall, dass</u> Olli für ***O***rdnung in seinem Zimmer gesorgt hat. ____________________ Olli wird sein Taschengeld ***e***inbüßen.

Symbolisierung 1: $(\neg A \rightarrow \neg K)$

$\neg O$

E **dug**

Die Symbolisierung 1 gibt die logische Form, die dem Argument zugrunde liegt, nicht korrekt wieder. Wenn eine Symbolisierung das tut, dann stellt sich heraus, dass dem Argument eine gültige Schlussform zugrunde liegt.

Paraphrase 2: Wenn es ist nicht der Fall ist, dass Olli sein Zimmer ***a***ufgeräumt hat, dann ist es nicht der Fall, dass Olli sein Taschengeld ***k***riegt.

Es ist nicht der Fall, dass Olli sein Zimmer ***a***ufgeräumt hat.

Es ist nicht der Fall, dass Olli sein Taschengeld ***k***riegt.

Hier ist

‚Olli hat für Ordnung in seinem Zimmer gesorgt' (‚O'),

als

‚Olli hat sein Zimmer aufgeräumt' (‚A')

paraphrasiert worden und

‚Olli büßt sein Taschengeld ein' (E)

als

‚Olli kriegt sein Taschengeld nicht'(‚¬K')

Symbolisierung 2: $(\neg A \rightarrow \neg K)$

$\neg A$

$\neg K$ **dg**

Die formalen Methoden für die Ermittlung der Gültigkeit von Argumenten werden wir in den nächsten Sitzungen behandeln.

6. Der Paraphraseschritt sollte alle Verben in ein einheitliches *Tempus* bringen. Das Tempus spielt für die logische Analyse in AL zwar keine Rolle, aber ein einheitliches Tempus ist bei der Symbolisierung weniger irritierend.

7. Eine Passage kann *mehr als nur eine* korrekte Paraphrase und Symbolisierung haben. Einige Sätze lassen sich (wie wir in Abschnitt 3.3 angedeutet haben), in der Form $\neg(A \wedge \neg B)$ oder z.B. in der Form $(A \rightarrow B)$ gleich gut symbolisieren.

3.5.4 Einige Symbolisierungsbeispiele

Der Posten einer Parteisprecherin ist zu vergeben. Es gibt nur drei Hauptkonkurrentinnen: Melly, Nana und Rita.

Bei der Symbolisierung der Sätze wollen wir von der folgenden Liste von Abkürzungen Gebrauch machen.

M: Melly wird den Posten erhalten.
N: Nana wird den Posten erhalten.
R: Rita wird den Posten erhalten.
A: Melly kennt einflussreiche Leute.
B: Nelly kennt einflussreiche Leute.
K: Rita kennt einflussreiche Leute.

Wir nennen Listen dieser Art *Symbolisierungsschlüssel*.

Sätze:

1. Rita wird den Posten erhalten, wenn keine der anderen Hauptkonkurrentinnen den Posten erhält.

2. Rita wird den Posten nur dann erhalten, wenn keine der anderen Hauptkonkurrentinnen den Posten erhält.

Paraphrasen:

1a. Wenn es nicht der Fall ist, dass Melly den Posten erhält und es nicht der Fall ist, dass Nana den Posten erhält, dann erhält Rita den Posten.

2a. Wenn Rita den Posten erhält, dann ist es nicht der Fall, dass Melly den Posten erhält und es ist nicht der Fall, dass die Nana den Posten erhält.

Symbolisierungen:

1b. $((\neg M \wedge \neg N) \rightarrow R)$

2b. $(R \rightarrow (\neg M \wedge \neg N))$

Sätze:

3. Nana wird den Posten erhalten, wenn sowohl die eine als auch die andere Hauptkonkurrentin keine einflussreichen Leute kennt.

4. Nana wird den Posten erhalten, wenn nicht sowohl die eine als auch die andere Hauptkonkurrentin einflussreiche Leute kennt.

Paraphrasen:

3a. Wenn (es nicht der Fall ist, dass Melly einflussreiche Leute kennt und es nicht der Fall ist, dass Rita einflussreiche Freude hat), dann Erhält Nana den Posten.

4a. Wenn es nicht der Fall ist, dass (Melly einflussreiche Leute kennt und Rita einflussreiche Leute kennt), dann erhält Nana den Posten.

Symbolisierungen:

3b. $((\neg A \wedge \neg B) \rightarrow N)$

4b. $(\neg(A \wedge B) \rightarrow N)$

Sätze, die solche *Quantitätsterme* wie ‚mindestens', ‚höchstens' und ‚alle' enthalten, können als warheitsfunktionale Zusammensetzungen paraphrasiert werden, vorausgesetzt, die Anzahl der Dinge über die gesprochen wird, ist endlich. Hierzu zwei Beispiele.

Satz:

5. Mindestens zwei der Hauptkonkurrentinnen kennen einflussreiche Leute.

Paraphrase:

5a. (Melly kennt einflussreiche Leute und Rita kennt einflussreiche Leute) oder [(Melly kennt einflussreiche Leute und Nana kennt einflussreiche Leute) $\vee$ (Rita kennt einflussreiche Leute und Nana kennt einflussreiche Leute)]

Symbolisierung:

5b. $(A \wedge B) \vee [(A \wedge K) \vee (B \wedge K)]$

Die Verwendung von runden und eckigen Klammern erleichtert die Orientierung bei der Paraphrase und Symbolisierung.

Satz:

6. Genau zwei Hauptkonkurrentinnen kennen einflussreiche Leute.

Paraphrase:

6a. . . . wie oben . . . aber ausschließen, dass alle Konkurrentinnen einflussreiche Leute kennen (s. u. unterstrichen)

Symbolisierung:

6b. $[(A \wedge B) \vee [(A \wedge K) \vee (B \wedge K)]] \underline{\wedge \neg[A \wedge (B \wedge K)]}$.