Peter Schroeder-Heister

Einführung in die Logik (WS 1999/2000)

Übungsblatt 9

1. Formalisieren Sie folgende Argumente quantorenlogisch:

a) Jedes Ereignis ist von mindestens einem Ereignis verursacht. Daher gibt es ein Ereignis, das alle Ereignisse verursacht. **(2 Punkte)**

b) Jedes Ereignis ist von mindestens einem Ereignis verursacht. Daher verursacht jedes Ereignis mindestens ein Ereignis. **(2 Punkte)**

c) Otto bewundert alle, die sich nicht selbst bewundern. Daher bewundert Otto einen Selbst-Bewunderer. **(3 Punkte)**

d) Ein Mensch ist gut dann und nur dann, wenn er jeden Menschen liebt. Daher gibt es einen Menschen, der alle guten Menschen liebt. **(3 Punkte)**

e) Wenn eine Aussage aus einer anderen abgeleitet ist, dann ist erstere Aussage analytisch, falls letztere analytisch ist. Daher gilt. Wenn eine Aussage aus einer anderen abgeleitet ist, dann ist erstere Aussage nur dann analytisch, falls letztere auch analytisch ist. **(4 Punkte)**

f) (Zusatzaufgabe) Wenn ein Gegenstand zu irgendeiner Zeit in Wasser gelegt wird, dann ist er wasserlöslich genau dann, wenn er sich zu dieser Zeit auflöst. Daraus folgt: Jeder Gegenstand, der nie in Wasser gelegt wird, ist wasserlöslich. **(5 Punkte)**

2. Geben Sie zu jeder der folgenden Formeln an, welche Variablenvorkommen frei und welche gebunden sind. Geben Sie ferner jeweils die Menge der freien und der gebundenen Variablen in der Formel an.

a) $\forall z(\forall x \exists y Pxz \vee Pyz)$

b) $\forall x Rxy \vee \exists y Rxy$

c) $\forall y Py \vee \forall x \forall z(Rzx \vee Py)$ **(6 Punkte)**

3. Führen Sie folgende Substitutionen aus bzw. geben Sie an, warum die Substitution nicht erlaubt ist:

a) $\exists x \forall z Pxyz\ [y/z]$

b) $\exists x \forall z Pxyz\ [y/z_1]$

c) $\exists x \forall z Pxyz\ [y/y]$

d) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/z]$

e) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/z_1]$

f) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/x]$

g) $\forall x \forall z(Pxy \rightarrow \exists z_1 Qz_1 yz)\ [y/z_2]$ **(7 Punkte)**

Abgabe zusammen mit Aufgabe 3 c-e von Übungsblatt 8 in der Vorlesung am 13. Januar 2000.